

大作业一

1. 完成如下:

a) 证明 $[0, 1]$ 为不可数集。换言之, 0 和 1 之间 (包含端点) 的实数全体为不可数集。

b) 证明 $|[0, 1]| = |\mathcal{P}(\mathbb{N})|$, 其中 $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ 为 \mathbb{N} 的幂集。

c) 证明实数集 \mathbb{R} 是不可数集并且基数等于 $|\mathcal{P}(\mathbb{N})|$ 。

d) 你的证明中是否使用了选择公理? 如果有, 列出在你的关于a)、b)和c)的证明中所有使用了选择公理的地方。

注: 若在证明中使用“实数的小数表示”, 须注意类似如下之问题: 假定使用十进制小数表示, 则 0.1 可以写成 $0.1000\dots$, 也可以写成 $0.09999\dots$ 。